

## Программа курса классической механики, 211 группа, весна 2003

### 1. Введение

Точечная частица; система частиц; твёрдое тело. Примеры.

Система отсчёта. Пространственные координаты и время. Событие. Галилеево пространство. Миртовая линия. Евклидово пространство и его свойства. Скалярное и векторное произведения векторов. Примеры.

I закон Ньютона. Локально инерциальные системы отсчёта. Сила. Типы взаимодействий. Примеры сил. III закон Ньютона. Система частиц «ядра + электроны».

II закон Ньютона. Дифференциальное уравнение и его решение. Произвольные постоянные и начальные условия. Интегралы движения. Эволюция системы. Состояние системы. Основная задача механики.

Принцип относительности Галилея. Равноправие инерциальных систем отсчёта. Ковариантность динамических уравнений.

Пример: гармонический осциллятор.

### 2. Законы изменения и сохранения.

Закон изменения и сохранения импульса. Внешние и внутренние силы. Замкнутая система. Теорема о движении центра масс. Пример: система двух тел.

Закон сохранения кинетического момента. Пример: система двух тел.

Закон изменения и сохранения энергии. Пример: гармонический осциллятор. Потенциальные силы. Центральные силы. Замкнутая система. Пример: кулоновские и гравитационные силы. Работа сил на заданном пути. Сохранение энергии и качественный анализ движения. Фазовое пространство. Примеры.

### 3. Формализм Лагранжа.

Задача о наименьшем времени скатывания. Лагранжева форма уравнений Ньютона.

Вариационное исчисление. Понятие функционала и его вариации. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Экстремали.

Принцип наименьшего действия. Одномерный случай. Обобщение на многомерный случай. Обобщённые координаты. Уравнения Лагранжа. Свойства уравнений Лагранжа.

Законы сохранения. Обобщённый импульс. Циклические координаты. Обобщённая энергия. Теорема Нётер. Однородной и изотропия пространства.

Связи. Интуитивный и традиционный подходы. Реакции связей. Классификация связей. Основная задача механики. Действительные, возможные и виртуальные перемещения. Идеальные связи. Принцип Д'Аламбера. Обобщённые силы. Вывод уравнения Лагранжа из принципа Д'Аламбера. Частный случай потенциальных сил.

### 4. Проблема двух тел.

Общая формулировка. Отделение центра масс и разделение переменных. Постоянство вектора кинетического момента. Переход к полярным координатам. Качественный анализ движения. Уравнение траектории. Задача Кеплера.

*Задача рассеяния. Общая постановка. Экспериментальная ситуация. Сечение рассеяния. Формула Резерфорда.*

### 5. Малые колебания.

Модельный пример: случай двух осцилляторов. Общая теория. Пример: линейные колебания симметричных трёхатомных молекул.

### 6. Формализм Гамильтона.

Преобразование Лежандра. Пример. Геометрическая и физическая интерпретации. Случай многих переменных. Теорема Донкина.

Функция Гамильтона и динамические уравнения Гамильтона. Связь с обобщённой энергией. Модифицированный принцип Гамильтона.

Циклические координаты и интегралы движения в формализме Гамильтона. Скобки Пуассона и их свойства. Уравнения Гамильтона в симметричной форме. Теорема Пуассона. Фундаментальные скобки Пуассона. Примеры.

*Фазовое пространство. теорема Лиувилля. Возвратная теорема.*

Канонические преобразования. Определение и доказательство существования. Пример. Равноправие координат и импульсов. Общая процедура. Модифицированный принцип Гамильтона и производящая функция. Типы производящих функций. Пример: гармонический осциллятор. Смысл канонических преобразований. Примеры: единичное и бесконечно малое канонические преобразования.

Закон движения как каноническое преобразование. Производящая функция второго типа и уравнение Гамильтона-Якоби. Главная функция Гамильтона. Произвольные постоянные. Процедура решения. Примеры: свободная частица и гармонический осциллятор. Действие как функция Гамильтона. Интеграл энергии и укороченное действие. *Размерность действия и постоянная Планка. Квантовые явления. Квантовая механика: основные концепции и отличие от классической механики. Уравнение Шредингера и предельный переход к классической механике. Границы применения классической механики.*

*Переменные «действие-угол». Задача Кеплера. Квантование по Бору-Зоммерфельду. Общая постановка задачи. Разделение переменных. Интегрируемые системы. Изолирующие интегралы. Условие интегрируемости.*

*Понятие о теории возмущений. Общая постановка задачи. Каноническая теория возмущений. Пример: математический маятник.*

## **7. Элементы нелинейной динамики.**

Математический маятник: линейное и нелинейное поведение. *Постановка задачи: система дифференциальных уравнений первого порядка. Особые точки и фазовые портреты. Понятие об устойчивости: устойчивость по Ляпунову. Линеаризация.*

*Понятие о бифуркациях динамических систем. Сечение Пуанкаре. Система с двумя степенями свободы. Понятие о динамическом хаосе. Модель Хенона-Хейлеса.*

## **8. Механика твёрдого тела.**

Модель твёрдого тела. Независимые обобщённые координаты. Лабораторная и подвижная системы координат. Изменение ориентации твёрдого тела и матрица ортогонального преобразования. Теорема существования угловой скорости.

Кинетический момент твёрдого тела и тензор инерции. Энергия свободного твёрдого тела. Главные оси инерции, симметрия твёрдого тела. Уравнения Эйлера: решение в случае симметричного волчка и качественный анализ для асимметричного волчка.

Углы Эйлера. Формализм Лагранжа для твёрдого тела.

## **9. Движение в неинерциальных системах отсчёта.**

Поступательно ускоренная система отсчёта. Вращающаяся система отсчёта. Неинерциальные силы. *Функция Лагранжа для системы взаимодействующих частиц.*

## Программа курса теории поля, 211 группа, весна 2003

Математический аппарат: векторный анализ, оператор набла, теоремы Стокса и Гаусса. Понятие поля на примере электро- и магнитостатики.

Закон сохранения заряда. Уравнение непрерывности.

Закон электромагнитной индукции Фарадея. Ток смещения.

Уравнения Максвелла в форме Лоренца. Начальные и краевые условия. Принцип суперпозиции. Сила Лоренца.

Потенциалы поля. Калибровочная инвариантность. Условие Лоренца. Уравнения Д'Аламбера для потенциалов поля. Законы изменения и сохранения энергии и импульса для системы «частица+поле». Опыты Лебедева.

Электромагнитные волны. Волновое уравнение. Плоские и сферические волны. Запаздывающие потенциалы поля произвольно движущихся зарядов.

Излучение волн. Интенсивность излучения в дипольном приближении. Распределение интенсивностей по частотам в случае периодического движения зарядов. Примеры: гармонический осциллятор, жёсткий ротатор. *Торможение излучением, лоренцева сила трения. Ширина спектральной линии как следствие закона затухания.*

*Рассеяние волн зарядами: постановка задачи. Сечение рассеяния волн свободным зарядом (формула Томсона). Рассеяние волн зарядом, колеблющимся по закону гармонического осциллятора, зависимость сечения от частоты, релеевское рассеяние. Динамическая поляризуемость осциллятора.*

Электростатика. Уравнение Пуассона, решение в виде кулоновского потенциала. Мультипольное разложение потенциала на больших расстояниях, дипольный и квадрупольный моменты. Потенциальная энергия электростатического взаимодействия. *Взаимодействие молекул на больших расстояниях, разложение по мультиполям.*

Специальная теория относительности (СТО). Экспериментальные предпосылки создания СТО. Постулаты Эйнштейна. Преобразование Лоренца. Временные и пространственные интервалы. Сложение скоростей. Четырёхмерный формализм. Инвариантность интервала. Четырёхмерный радиус-вектор. Псевдоевклидова геометрия. Собственное время. Четырёхмерные скорость и импульс. Четырёхмерная формулировка II закона Ньютона. Энергия частицы. Движение заряженной частицы в постоянных и однородных электрическом и магнитном полях. *Релятивистская функция Гамильтона.*

*Произвольные четырёхмерные векторы. Закон преобразования компоненты. Четырёхмерные вектора тока и потенциала электромагнитного поля. Релятивистски инвариантные формулировки уравнения непрерывности и условия Лоренца. Уравнение Д'Аламбера для четырёхмерного потенциала. Задача о заряде, движущемся с постоянной скоростью. Эффект Доплера.*

*Четырёхмерные тензоры второго ранга. Закон изменения компонент. Тензор электромагнитного поля. Закон преобразования компонент напряжённостей электрического и магнитного поля. Инварианты поля. Запись уравнения Максвелла в релятивистски инвариантной форме.*

**Примечание:** темы, выделенные курсивом, обязательны только для получения отличной оценки.