

**Вопросы экзамена по линейной алгебре  
(111 группа, А. А. Михалёв, весна 2002)**

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
2. Перестановки и подстановки. Определители  $n$ -го порядка и их свойства.
3. Матрицы и операции над ними. Обратная матрица.
4. Определитель с углом нулей; определитель произведения матриц.
5. Линейные пространства, примеры. Линейная зависимость и независимость векторов. Лемма о линейной зависимости систем векторов.
6. Размерность линейного пространства. Базис, замена базиса. Изоморфизм линейных пространств.
7. Подпространства и операции над ними.
8. Теорема о ранге матрицы, следствия. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
9. Задание линейного пространства как множества решений системы линейных уравнений.
10. Линейные операторы, примеры. Операции на линейных операторах; матрица линейного оператора. Изменение матрицы при замене базиса.
11. Образ, ядро, ранг, дефект линейного оператора. Связь между рангом и дефектом.
12. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
13. Существование одно- или двумерного инвариантного подпространства у действительного линейного оператора. Собственные векторы коммутирующих комплексных операторов.
14. Евклидово пространство. Процесс ортогонализации.
15. Ортогональное дополнение. Линейные функционалы в евклидовом пространстве.
16. Сопряжённый оператор. Самосопряжённый оператор, его собственные числа и канонический вид.
17. Ортогональные оператор и его канонический вид.
18. Билинейные и квадратичные формы. Изменение матрицы билинейной формы при замене базиса. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.
19. Закон инерции квадратичных форм.
20. Определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
21. Группа, подгруппа, порядок элемента группы. Изоморфизм групп. Подгруппы циклических групп.
22. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа.
23. Нормальная подгруппа, факторгруппа.
24. Гомоморфизм групп.
25. Классы сопряжённых элементов. Центр и коммутант группы.
26. Линейные представления групп. Изоморфные представления групп. Регулярное представление.
27. Приводимые и неприводимые представления групп. Регулярное представление.
28. Характер представления группы. Представления циклической группы и группы  $S_3$ .